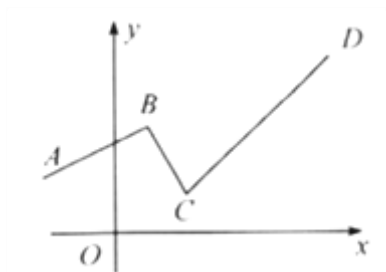


专题 3.1 直角坐标系函数的基础

一、单选题

1. 如图，一个函数的图象由射线 BA 、线段 BC 、射线 CD 组成，其中点 $A(-1,2)$ ， $B(1,3)$ ， $C(2,1)$ ， $D(6,5)$ ，则此函数（ ）



- A. 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大
- B. 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小
- C. 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大
- D. 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小

【来源】2018 年浙江省绍兴市中考数学试卷解析

【答案】A

【解析】【分析】根据一次函数的图象对各项分析判断即可.

【解答】观察图象可知：

- A. 当 $x < 1$ 时，图象呈上升趋势， y 随 x 的增大而增大，正确.
 - B. 当 $x < 1$ 时，图象呈上升趋势， y 随 x 的增大而减小，故错误.
 - C. 当 $1 < x < 2$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x > 2$ 时， y 随 x 的增大而增大，故错误.
 - D. 当 $1 < x < 2$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x > 2$ 时， y 随 x 的增大而增大，故错误.
- 故选 A.

【点评】考查一次函数的图象与性质，读懂图象是解题的关键.

2. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 0$
- B. $x < 1$
- C. $x > 1$
- D. $x \neq 1$

【来源】江苏省宿迁市 2018 年中考数学试卷

【答案】D

【解析】【分析】根据分式有意义的条件：分母不为 0，计算即可得出答案.

【详解】依题可得： $x-1 \neq 0$,

$\therefore x \neq 1$,

故选 D.

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围，熟知分式有意义的条件是分母不为 0 是解本题的关键.

3. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$ B. $x \geq -1$ C. $x \neq 1$ D. $-1 \leq x < 1$

【来源】湖北省黄冈市 2018 年中考数学试题

【答案】A

【解析】分析：根据分式的分母不为 0；偶次根式被开方数大于或等于 0；当一个式子中同时出现这两点时，应该是取让两个条件都满足的公共部分.

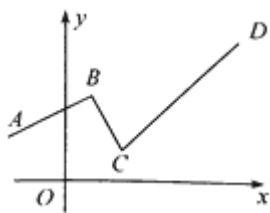
详解：根据题意得到： $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$,

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$,

故选 A.

点睛：本题考查了函数自变量的取值范围问题，判断一个式子是否有意义，应考虑分母上若有字母，字母的取值不能使分母为零，二次根号下字母的取值应使被开方数为非负数. 易错易混点：学生易对二次根式的非负性和分母不等于 0 混淆.

4. 如图，一个函数的图象由射线 BA 、线段 BC 、射线 CD 组成，其中点 $A(-1,2)$ ， $B(1,3)$ ， $C(2,1)$ ， $D(6,5)$ ，则此函数()



A. 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大

B. 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小

C. 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小

D. 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小

【来源】浙江省义乌市 2018 年中考数学试题

【答案】A

【解析】分析：观察函数图象，结合各点坐标即可确定出各选项的正误.

详解：由点 $A(-1,2)$ ， $B(1,3)$ 可知，当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，故 A 正确；

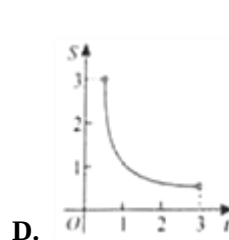
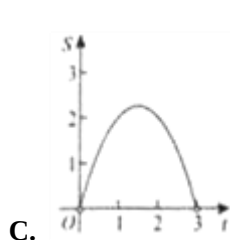
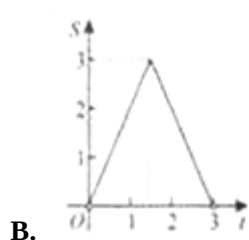
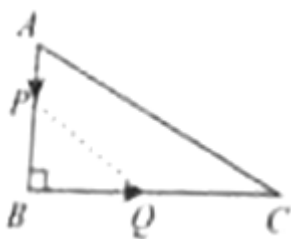
由 $B(1,3)$, $C(2,1)$ 知, 当 $1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故 B 错误;

由 $C(2,1)$, $D(6,5)$ 知, 当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故 C、D 错误.

故选 A.

点睛: 本题主要考查的是函数的图象, 数形结合是解题的关键.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, 动点 P 从点 A 开始沿 AB 向点 B 以 1cm/s 的速度移动, 动点 Q 从点 B 开始沿 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度移动. 若 P , Q 两点分别从 A , B 两点同时出发, P 点到达 B 点运动停止, 则 $\triangle PBQ$ 的面积 S 随出发时间 t 的函数关系图象大致是 ()



【来源】湖北省孝感市 2018 年中考数学试题

【答案】C

【解析】分析: 根据题意表示出 $\triangle PBQ$ 的面积 S 与 t 的关系式, 进而得出答案.

详解: 由题意可得: $PB = 3 - t$, $BQ = 2t$,

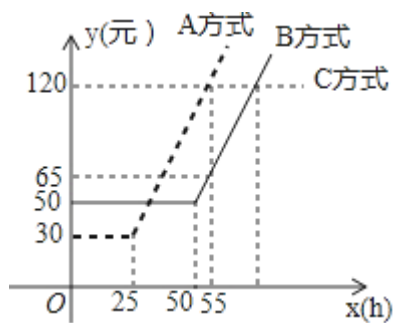
则 $\triangle PBQ$ 的面积 $S = \frac{1}{2}PB \cdot BQ = \frac{1}{2}(3 - t) \times 2t = -t^2 + 3t$,

故 $\triangle PBQ$ 的面积 S 随出发时间 t 的函数关系图象大致是二次函数图象, 开口向下.

故选: C.

点睛: 此题主要考查了动点问题的函数图象, 正确得出函数关系式是解题关键.

6. 某通讯公司就上宽带网推出 A, B, C 三种月收费方式. 这三种收费方式每月所需的费用 y (元) 与上网时间 x (h) 的函数关系如图所示, 则下列判断错误的是 ()



- A. 每月上网时间不足 25 h 时，选择 A 方式最省钱
- B. 每月上网费用为 60 元时，B 方式可上网的时间比 A 方式多
- C. 每月上网时间为 35h 时，选择 B 方式最省钱
- D. 每月上网时间超过 70h 时，选择 C 方式最省钱

【来源】浙江省金华市 2018 年中考数学试题

【答案】D

【解析】分析：A、观察函数图象，可得出：每月上网时间不足 25 h 时，选择 A 方式最省钱，结论 A 正确；
 B、观察函数图象，可得出：当每月上网费用 ≥ 50 元时，B 方式可上网的时间比 A 方式多，结论 B 正确；
 C、利用待定系数法求出：当 $x \geq 25$ 时， y_A 与 x 之间的函数关系式，再利用一次函数图象上点的坐标特征可求出当 $x=35$ 时 y_A 的值，将其与 50 比较后即可得出结论 C 正确；
 D、利用待定系数法求出：当 $x \geq 50$ 时， y_B 与 x 之间的函数关系式，再利用一次函数图象上点的坐标特征可求出当 $x=70$ 时 y_B 的值，将其与 120 比较后即可得出结论 D 错误。

综上所述即可得出结论．

详解：A、观察函数图象，可知：每月上网时间不足 25 h 时，选择 A 方式最省钱，结论 A 正确；

B、观察函数图象，可知：当每月上网费用 ≥ 50 元时，B 方式可上网的时间比 A 方式多，结论 B 正确；

C、设当 $x \geq 25$ 时， $y_A = kx + b$ ，

将 (25, 30)、(55, 120) 代入 $y_A = kx + b$ ，得：

$$\begin{cases} 25k + b = 30 \\ 55k + b = 120 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 3 \\ b = -45 \end{cases},$$

$$\therefore y_A = 3x - 45 \quad (x \geq 25),$$

$$\text{当 } x = 35 \text{ 时, } y_A = 3x - 45 = 60 > 50,$$

$\therefore$ 每月上网时间为 35h 时，选择 B 方式最省钱，结论 C 正确；

D、设当 $x \geq 50$ 时， $y_B = mx + n$ ，

将 (50, 50)、(55, 65) 代入 $y_B=mx+n$, 得:

$$\begin{cases} 50m + n = 50 \\ 55m + n = 65 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} m = 3 \\ n = -100 \end{cases},$

$$\therefore y_B = 3x - 100 \quad (x \geq 50),$$

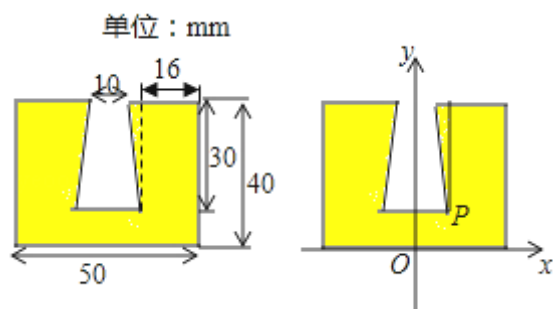
当 $x=70$ 时, $y_B = 3x - 100 = 110 < 120$,

$\therefore$ 结论 D 错误.

故选 D.

点睛: 本题考查了函数的图象、待定系数法求一次函数解析式以及一次函数图象上点的坐标特征, 观察函数图象, 利用一次函数的有关知识逐一分析四个选项的正误是解题的关键.

7. 小明为画一个零件的轴截面, 以该轴截面底边所在的直线为 x 轴, 对称轴为 y 轴, 建立如图所示的平面直角坐标系. 若坐标轴的单位长度取 1mm, 则图中转折点 P 的坐标表示正确的是 ()



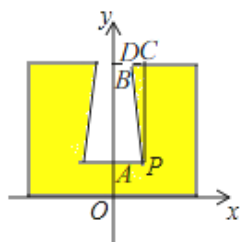
- A. (5, 30) B. (8, 10) C. (9, 10) D. (10, 10)

【来源】浙江省金华市 2018 年中考数学试题

【答案】C

【解析】分析: 先求得点 P 的横坐标, 结合图形中相关线段的和差关系求得点 P 的纵坐标.

详解: 如图,



过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于 D ,

$$\therefore BD=5, CD=50 \div 2 - 16 = 9,$$

$$OA=OD-AD=40-30=10,$$

$$\therefore P(9, 10);$$

故选 C.

点睛：此题考查了坐标确定位置，根据题意确定出 $DC=9$ ， $AO=10$ 是解本题的关键.

8. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ D. $x \neq 3$

【来源】湖南省娄底市 2018 年中考数学试题

【答案】C

【解析】【分析】根据二次根式有意义的条件、分式有意义的条件进行求解即可得.

【详解】由题意得： $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$,

解得： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$,

故选 C.

【点睛】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

9. 据省统计局发布，2017 年我省有效发明专利数比 2016 年增长 22.1% 假定 2018 年的平均增长率保持不变，2016 年和 2018 年我省有效发明专利分别为 a 万件和 b 万件，则 ()

- A. $b = (1 + 22.1\% \times 2)a$ B. $b = (1 + 22.1\%)^2 a$
C. $b = (1 + 22.1\%) \times 2a$ D. $b = 22.1\% \times 2a$

【来源】安徽省 2018 年中考数学试题

【答案】B

【解析】【分析】根据题意可知 2017 年我省有效发明专利数为 $(1+22.1\%)a$ 万件，2018 年我省有效发明专利数为 $(1+22.1\%) \cdot (1+22.1\%)a$ ，由此即可得.

【详解】由题意得：2017 年我省有效发明专利数为 $(1+22.1\%)a$ 万件，
2018 年我省有效发明专利数为 $(1+22.1\%) \cdot (1+22.1\%)a$ 万件，即 $b = (1+22.1\%)^2 a$ 万件，
故选 B.

【点睛】本题考查了增长率问题，弄清题意，找到各量之间的数量关系是解题的关键.

10. 在平面直角坐标系的第二象限内有一点 M ，点 M 到 x 轴的距离为 3，到 y 轴的距离为 4，则点 M 的坐标是 ()

- A. $(3, -4)$ B. $(4, -3)$ C. $(-4, 3)$ D. $(-3, 4)$

【来源】江苏省扬州市 2018 年中考数学试题

【答案】C

【解析】分析：根据第二象限内点的坐标特征，可得答案.

详解：由题意，得

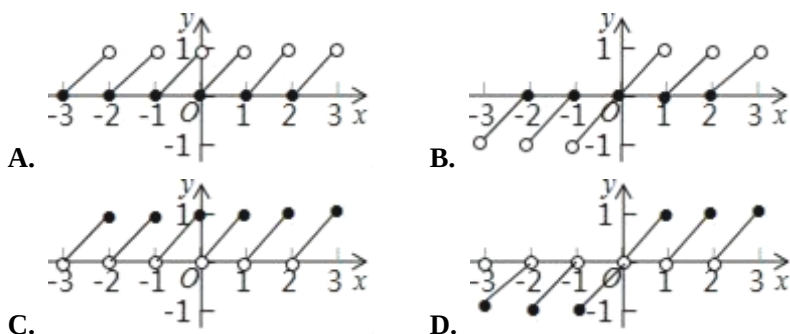
$$x=-4, y=3,$$

即 M 点的坐标是 $(-4, 3)$,

故选 C.

点睛：本题考查了点的坐标，熟记点的坐标特征是解题关键. 横坐标的绝对值就是到 y 轴的距离，纵坐标的绝对值就是到 x 轴的距离.

11. 如果规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如 $[2.3]=2$ ，那么函数 $y=x - [x]$ 的图象为 ()



【来源】山东省滨州市 2018 年中考数学试题

【答案】A

【解析】分析：根据定义可将函数进行化简.

详解：当 $-1 \leq x < 0$ ， $[x] = -1$ ， $y = x + 1$

当 $0 \leq x < 1$ 时， $[x] = 0$ ， $y = x$

当 $1 \leq x < 2$ 时， $[x] = 1$ ， $y = x - 1$

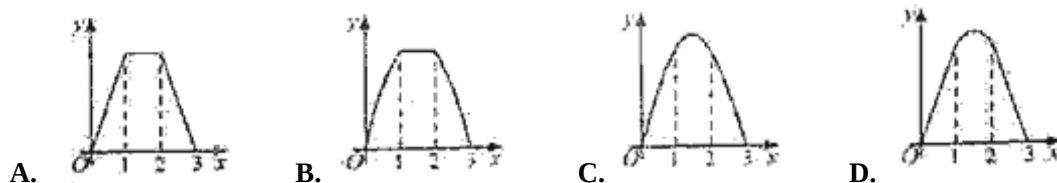
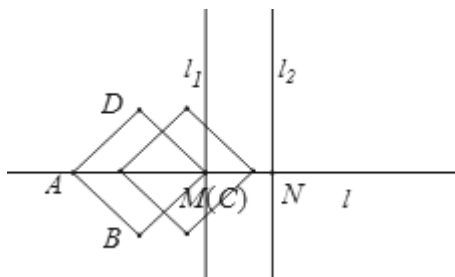
.....

故选 A.

点睛：本题考查函数的图象，解题的关键是正确理解 $[x]$ 的定义，然后对函数进行化简，本题属于中等题型.

12. 如图，直线 l_1 、 l_2 都与直线 l 垂直，垂足分别为 M ， N ， $MN=1$ ，正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$ ，对角线 AC

在直线 l 上，且点 C 位于点 M 处，将正方形 $ABCD$ 沿 l 向右平移，直到点 A 与点 N 重合为止，记点 C 平移的距离为 x ，正方形 $ABCD$ 的边位于 l_1 、 l_2 之间部分的长度和为 y ，则 y 关于 x 的函数图象大致为（ ）



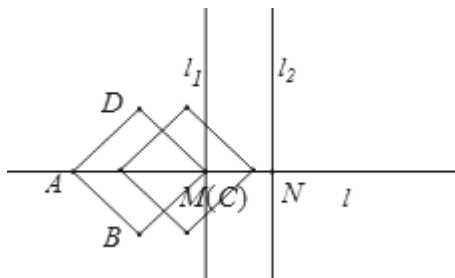
【来源】安徽省 2018 年中考数学试题

【答案】A

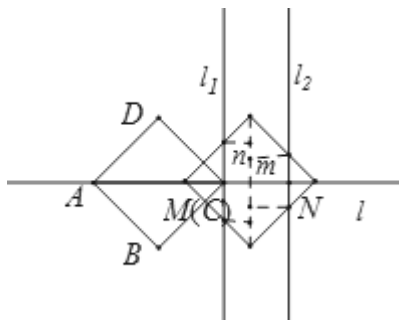
【解析】【分析】由已知易得 $AC=2$ ， $\angle ACD=45^\circ$ ，分 $0 \leq x \leq 1$ 、 $1 < x \leq 2$ 、 $2 < x \leq 3$ 三种情况结合等腰直角三角形的性质即可得到相应的函数解析式，由此即可判断.

【详解】由正方形的性质，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$ ，易得正方形的对角线 $AC=2$ ， $\angle ACD=45^\circ$ ，

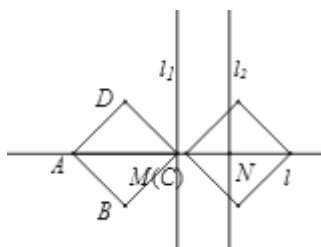
如图，当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $y=2\sqrt{x^2+x^2}=2\sqrt{2}x$ ，



如图，当 $1 < x \leq 2$ 时， $y=2\sqrt{2}m+2\sqrt{2}n=2\sqrt{2}(m+n)=2\sqrt{2}$ ，



如图，当 $2 < x \leq 3$ 时， $y=2\sqrt{[1-(x-2)]^2+[1-(x-2)]^2}=2\sqrt{2}(3-x)$ ，



综上，只有选项 A 符合，

故选 A.

【点睛】本题考查了动点问题的函数图象，涉及到正方形的性质，等腰直角三角形的性质，勾股定理等，结合图形正确分类是解题的关键.

二、填空题

13. 使得代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

【来源】2018 年甘肃省武威市（凉州区）中考数学试题

【答案】 $x > 3$

【解析】【分析】根据二次根式有意义和分式有意义的条件列出不等式进行计算即可.

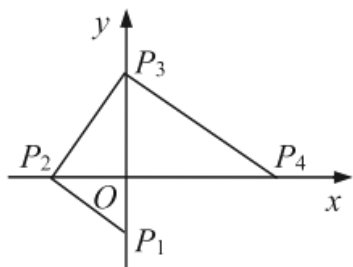
【解答】代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义的条件是： $x - 3 > 0$,

解得： $x > 3$.

故答案为： $x > 3$.

【点评】考查二次根式和分式有意义的条件，二次根式有意义的条件是被开方数大于等于零，分式有意义的条件是分母不为零.

15. 如图，点 P_1, P_2, P_3, P_4 均在坐标轴上，且 $P_1P_2 \perp P_2P_3$, $P_2P_3 \perp P_3P_4$ ，若点 P_1, P_2 的坐标分别为 $(0, -1)$, $(-2, 0)$ ，则点 P_4 的坐标为_____.



【来源】贵州省安顺市 2018 年中考数学试题

【答案】 $(8, 0)$

【解析】分析：根据相似三角形的性质求出 P_3 的坐标，再根据相似三角形的性质计算求出 OP_4 的长，得到答案.

详解：∵点 P_1, P_2 的坐标分别为 $(0, -1), (-2, 0)$,

∴ $OP_1=1, OP_2=2$,

∴ $Rt\triangle P_1OP_2 \sim Rt\triangle P_2OP_3$,

$$\therefore \frac{OP_1}{OP_2} = \frac{OP_2}{OP_3}, \text{ 即 } \frac{1}{2} = \frac{2}{OP_3},$$

解得, $OP_3=4$,

∴ $Rt\triangle P_2OP_3 \sim Rt\triangle P_3OP_4$,

$$\therefore \frac{OP_2}{OP_3} = \frac{OP_3}{OP_4}, \text{ 即 } \frac{2}{4} = \frac{4}{OP_4},$$

解得, $OP_4=8$,

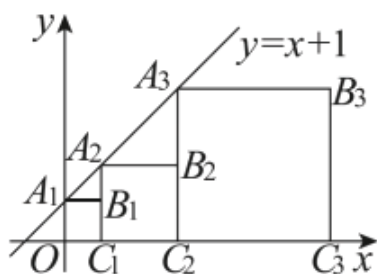
则点 P_4 的坐标为 $(8, 0)$,

故答案为: $(8, 0)$.

点睛: 本题考查的是相似三角形的判定和性质以及坐标与图形的性质, 掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

16. 正方形 $A_1B_1C_1O, A_2B_2C_2C_1, A_3B_3C_3C_2, \dots$ 按如图所示的方式放置. 点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 和点 $C_1, C_2, C_3, \dots$

分别在直线 $y = x + 1$ 和 x 轴上, 则点 B_n 的坐标是 _____. (n 为正整数)



【来源】贵州省安顺市 2018 年中考数学试题

【答案】 $(2^n - 1, 2^{n-1})$

【解析】分析: 由图和条件可知 $A_1(0, 1), A_2(1, 2), A_3(3, 4), B_1(1, 1), B_2(3, 2)$, B_n 的横坐标为 A_{n+1} 的横坐标, 纵坐标为 A_n 的纵坐标, 又 A_n 的横坐标数列为 $A_n = 2^{n-1} - 1$, 所以纵坐标为 (2^{n-1}) , 然后就可以求出 B_n 的坐标为 $[A(n+1) \text{ 的横坐标}, A_n \text{ 的纵坐标}]$.

详解: 由图和条件可知 $A_1(0, 1), A_2(1, 2), A_3(3, 4), B_1(1, 1), B_2(3, 2)$,

∴ B_n 的横坐标为 A_{n+1} 的横坐标, 纵坐标为 A_n 的纵坐标,

又 A_n 的横坐标数列为 $A_n = 2^{n-1} - 1$, 所以纵坐标为 2^{n-1} ,

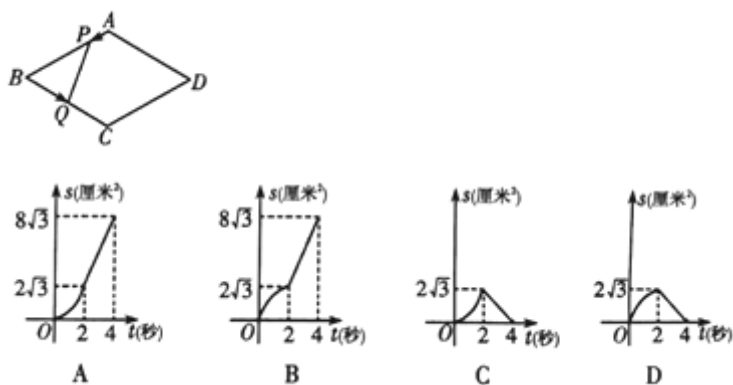
∴ B_n 的坐标为 $[A(n+1) \text{ 的横坐标}, A_n \text{ 的纵坐标}] = (2^n - 1, 2^{n-1})$.

故答案为：($2^n-1, 2^{n-1}$)。

点睛：本题主要考查函数图象上点的坐标特征及正方形的性质，解决这类问题首先要从简单图形入手，抓住随着“编号”或“序号”增加时，后一个图形与前一个图形相比，在数量上增加（或倍数）情况的变化，找出数量上的变化规律，从而推出一般性的结论。

三、解答题

17. 如图,菱形 $ABCD$ 的边长是 4 厘米, $\angle B = 60^\circ$,动点 P 以 1 厘米/秒的速度自 A 点出发沿 AB 方向运动至 B 点停止,动点 Q 以 2 厘米/秒的速度自 B 点出发沿折线 BCD 运动至 D 点停止若点 P, Q 同时出发运动了 t 秒,记 $\triangle BPQ$ 的面积为 S 厘米²,下面图象中能表示 S 与 t 之间的函数关系的是()



A. (A) B. (B) C. (C) D. (D)

【来源】山东省潍坊市 2018 年中考数学试题

【答案】D

【解析】分析：应根据 $0 \leq t < 2$ 和 $2 \leq t < 4$ 两种情况进行讨论．把 t 当作已知数值，就可以求出 S ，从而得到函数的解析式，进一步即可求解．

详解：当 $0 \leq t < 2$ 时， $S = 2t \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (4-t) = -\sqrt{3}t^2 + 4\sqrt{3}t$ ；

当 $2 \leq t < 4$ 时， $S = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times (4-t) = -2\frac{\sqrt{3}}{2}t + 8\frac{\sqrt{3}}{2}$ ；

只有选项 D 的图形符合．

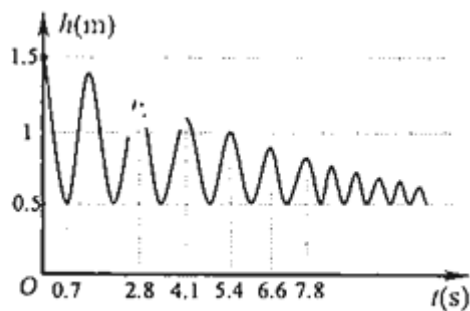
故选 D．

点睛：本题主要考查了动点问题的函数图象，利用图形的关系求函数的解析式，注意数形结合是解决本题的关键．

18. 小红帮弟弟荡秋千（如图 1），秋千离地面的高度 $h(m)$ 与摆动时间 $t(s)$ 之间的关系如图 2 所示．



(图 1)



(图 2)

(1) 根据函数的定义，请判断变量 h 是否为关于 t 的函数？

(2) 结合图象回答：

①当 $t = 0.7s$ 时， h 的值是多少？并说明它的实际意义.

②秋千摆动第一个来回需多少时间？

【来源】2018 年浙江省舟山市中考数学试题

【答案】(1) 见解析；(2) ①见解析；② $2.8s$.

【解析】**【分析】**(1)根据函数的定义进行判断即可.

(2)①当 $t = 0.7s$ 时，根据函数的图象即可回答问题.

②根据图象即可回答.

【解答】(1) $\because$ 对于每一个摆动时间 t ，都有一个唯一的 h 的值与其对应，
 $\therefore$ 变量 h 是关于 t 的函数.

(2) ① $h = 0.5m$ ，它的实际意义是秋千摆动 $0.7s$ 时，离地面的高度为 $0.5m$.

② $2.8s$.

【点评】本题型旨在考查学生从图象中获取信息、用函数的思想认识、分析和解决问题的能力